

Penetración de la región clásicamente prohibida

1

Ver Fig. 6-7, pag. 231 (Eisberg-Resnick)

✓ En la región $x > 0$, la densidad de probabilidad está dada por

$$\Psi_{II}^*(x,t) \Psi_{II}(x,t) = (D^* e^{-xx} e^{+iEt/\hbar}) (D e^{-xx} e^{-iEt/\hbar}) \quad (1)$$

$$= D^* D e^{-2xx} \quad (2).$$

✓ Esto quiere decir que en esta región existe una probabilidad finita de que la partícula se encuentre pues $|\Psi_{II}(x,t)|^2$ que solo depende de x , decrece exponencialmente.

✓ En mecánica clásica es imposible encontrar la partícula en la región $x > 0$ porque en esta región $V > E$ y como $E = K + U \Rightarrow K = E - U$, entonces K sería negativa, por lo que el momento lineal p , dado que $K = \frac{p^2}{2m}$, sería un número imaginario, lo cual clásicamente no es posible.

- ✓ La penetración cuántica de la región clásicamente prohibida es una de las predicciones más interesantes de la mecánica cuántica.
- ✓ La penetración no significa que la partícula quede almacenada en la región clásicamente prohibida pues, como ya se ha visto, el coeficiente de reflexión en este caso es $R=1$, lo cual implica que la partícula incidente, al final, es reflejada por el potencial escalón.
- ✓ Se define la distancia Δx que "penetra" la función de onda de la partícula en la región II ($x > 0$) como

$$\Delta x = \frac{1}{\kappa} \quad (3)$$

¿Por qué? Porque cuando el valor de x en la ecuación (2) es igual a Δx , el valor de la densidad de probabilidad $\Psi_{II}^* \Psi_{II} = D^* D e^{-2\kappa x} = 0.14 D^* D$ es pequeña comparada con su valor en $x=0$ ($D^* D$).

✓ Como $\kappa = \frac{\sqrt{2m(U-E)}}{\hbar} \Rightarrow \Delta x = \frac{\hbar}{\sqrt{2m(U-E)}} \quad (4).$

✓ La ecuación (4) implica que en el límite clásico, es decir, cuando $\sqrt{2m(U-E)}$ es un número grande comparado con \hbar , $\Delta x \rightarrow 0$, lo que quiere decir que la penetración existe, aún en el límite clásico, pero al ser tan pequeña, no es medible.

Leer Ejemplos 6.1 y 6.2 (págs. 232 y 233, Eisberg-Resnick)

✓ Comentario muy importante:

- La penetración de la región clásicamente prohibida es un efecto no clásico en el sentido que un ente que penetra en dicha zona, no se está comportando como una partícula clásica. Sin embargo, ese ente que penetra se está comportando como una onda clásica, como se verá más adelante.
- La penetración de la región clásicamente prohibida realizada por partículas materiales (a través de las correspondientes ondas materiales) es otra manifestación sorprendente de la naturaleza ondulatoria de las partículas materiales.